



# COINTER PDVL 2023

X CONGRESSO INTERNACIONAL DAS LICENCIATURAS  
Edição Presencial Recife (PE) | 29, 30 de nov a 1 de dez  
ISSN: 2358-9728 | PREFIXO DOI: 10.31692/2358-9728

## A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E GEOGRAFIA NO USO DO GPS

## LA INTERDISCIPLINARIEDAD ENTRE MATEMÁTICAS Y GEOGRAFÍA EN EL USO DEL GPS

## THE INTERDISCIPLINARITY BETWEEN MATHEMATICS AND GEOGRAPHY IN THE USE OF GPS

Apresentação: Pôster

Cleyane Maria de Araujo<sup>1</sup>; Edem Assunção Baima Neto<sup>2</sup>; Hilquias Santos de Oliveira<sup>3</sup>

### INTRODUÇÃO

O GPS pode-se tornar um facilitador no processo de ensino aprendizagem pois contém tópicos não só de matemática, mas também de geografia e física, dessa maneira relacionando a interdisciplinaridade fazendo uso da geometria espacial e analítica, como também os de geografia desde o reconhecimento dos paralelos, meridianos, latitudes, longitudes e fusos horários. Na sociedade contemporânea, temos o GPS (System Global Positioning) como uma ferramenta presente desde automóveis, aeronaves até no aparelho de smartphone, com o objetivo de localizar o usuário em um determinado lugar.

Nesse sentido este trabalho, busca relacionar os conteúdos matemáticos presentes no gps, tanto de maneira implícita como explícita, afim de torná-lo um recurso pedagógico no ensino de matemática, tornando-a contextualizada, e por consequência um ensino interdisciplinar.

Na composição do funcionamento do GPS podemos citar o Segmento Espacial, onde este é constituído de uma constelação de 24 (vinte e quatro) satélites distribuídos por 6 (seis) órbitas distintas em torno da Terra a uma altura aproximada de 20.200 Km acima do nível do mar, dessa forma os receptores definem a posição do usuário do GPS em qualquer lugar sobre a terra de forma acurada (Figura 1). Uma das funções básicas do receptor citado acima, é de

---

<sup>1</sup>Acadêmica do curso de licenciatura em matemática do IFPI/Campus Angical do Piauí. E-mail: [cleyanearj@gmail.com](mailto:cleyanearj@gmail.com)

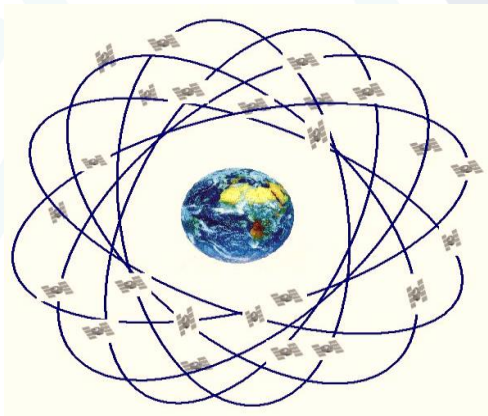
<sup>2</sup> Professor Orientador do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Mestre em Matemática do campus de Angical do Piauí. E-mail: [edem.baima@ifpi.edu.br](mailto:edem.baima@ifpi.edu.br)

<sup>3</sup> Professor Orientador do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Mestre em Matemática do campus Corrente. E-mail: [hilquias.santos@ifpi.edu.br](mailto:hilquias.santos@ifpi.edu.br)

captar os sinais dos satélites, com o recebimento das informações desses sinais, pode-se calcular sua posição (latitude, longitude e altitude).

Onde de acordo com César (2013) os satélites percorrem uma órbita completa em um intervalo de tempo de 11 (onze) horas e 58 (cinquenta e oito) minutos, cada um deles com o peso cerca de 1600 kg e possui 28° (vinte e oito graus) de visualização sobre a Terra. Dessa forma assegura que todo ponto da superfície terrestre, possa ser visualizado por pelo menos quatro satélites. O controle dos satélites é realizado por cinco estações terrestres de gerenciamento, a principal fica localizada no Colorado (Estados Unidos). Com as estações terrestres de gerenciamento monitoram os satélites, a fim de verificar os possíveis erros registrados, corrigindo o sistema com o padrão necessário.

**Figura 1** Constelação de satélites GPS



Fonte: Engenharia Geográfica

O modo como o GPS localiza determinado ponto sobre a superfície terrestre, ocorre devido os satélites que enviam informações para um receptor na Terra operando como cronômetro aperfeiçoado. É importante destacar que:

Cada um dos satélites do GPS transmite por rádio um padrão fixado que é recebido por um receptor na Terra (segmento do usuário) funcionando como um cronômetro extremamente acurado. O receptor mede a diferença entre o tempo que o padrão é recebido e o tempo que foi emitido. Esta diferença, não mais do que um décimo de segundo, permite que o receptor calcule a distância ao satélite emissor multiplicando-se a velocidade do sinal (aproximadamente 2,99792458.108 m/s – a velocidade da luz) pelo tempo que o sinal de rádio levou do satélite ao receptor. (ALVES, 2009, p. 35).

Com as informações obtidas acima é possível localizar uma pessoa imaginária sobre a superfície esférica com o centro no satélite e o raio igual à distância calculada como mostra logo acima. Na localização do usuário, existindo 4 (quatro) satélites, os receptores indicam sua



posição calculando-a como intersecção das quatro superfícies esféricas obtidas. Por meio de coordenadas geográficas (latitude, longitude) e a elevação encontra-se a localização do usuário.

O GPS possui precisão considerável em relação ao instante que é utilizado, onde estão presentes as contribuições de Alves (2009, p. 35); ao afirmar que “A precisão do tempo é essencial na operação do GPS. Um erro de um micro segundo ( $10^{-6}$  segundos) no registro do lapso de tempo desde a transmissão até a sua recepção resulta num erro de 300 metros”. Com isto percebemos que este sistema funciona de forma acurada, uma vez que acontece um pequeno erro, implica num outro erro em relação a localização do usuário variando de 300 metros.

Figura 2 – GPS localizando o usuário



Fonte: Engenharia Geográfica

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As tecnologias podem ser usadas como recurso para promover o processo de ensino de maneira diferente, possibilitando uma nova perspectiva de abordar um conteúdo escolar, rompendo as barreiras do ensino tradicional, o mesmo poderá relacionar os demais conteúdos que estão contidos no GPS, como tópicos de física e geografia.

### Como são calculadas as distâncias?

A primeiro momento é medido o tempo que um sinal – de velocidade conhecida – demora a chegar até nós e então aplicará a fórmula trivial  $v = d/t$ , ou seja,  $d = v \cdot t$  em que  $v$  – velocidade da luz ( $v \approx 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ),  $d$  – distância e  $t$  – tempo.

Abaixo um teorema de extrema relevância para a explicação da geometria envolvendo o uso do GPS, antes de enunciarmos o Teorema, é necessário conhecimento do lema abaixo que garante que só temos como calcular a intersecção das quatro esferas, se os centros destas não são coplanares. As demonstrações podem ser encontradas em [6].

**Lema:** Os pontos  $A, B, C$  e  $D$  em  $\mathbb{R}^3$  são coplanares se, e somente se,  $|B - A \ C - A \ D - A| = 0$ , onde  $\overrightarrow{AB} = B - A$ ,  $\overrightarrow{AC} = C - A$  e  $\overrightarrow{AD} = D - A$ .

**Teorema:** Se quatro superfícies esféricas de centros não coplanares se interceptam, então essa intersecção é um único ponto.



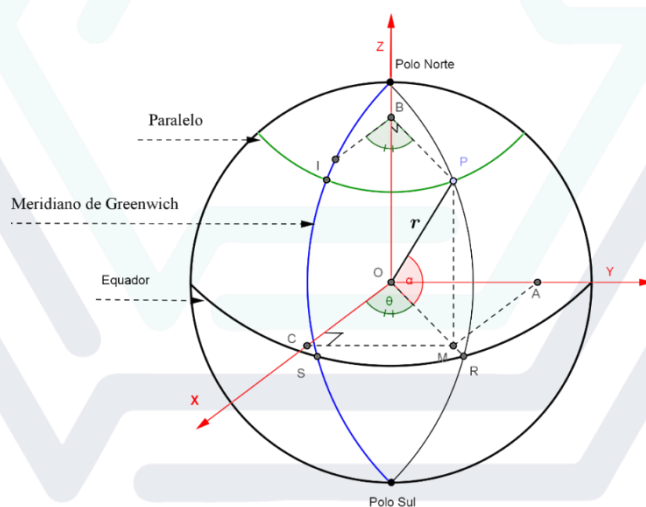
### Relação entre coordenadas geográficas e cartesianas.

Após obter as coordenadas cartesianas do receptor é preciso convertê-las em coordenadas geográficas (latitude, longitude e altitude) para então o receptor localizar o usuário. Para isso introduziremos a Geografia no problema, olhando para a superfície da terra como uma esfera. A partir de então será fixado um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas com origem  $O$  no centro da terra,  $OXY$  é o plano do equador,  $OXZ$  é o plano do Meridiano de Greenwich,  $OZ$  é o eixo positivo que aponta para o Polo Norte (Figura3).

Temos  $P$  um ponto sobre a superfície terrestre,  $\alpha$  e  $\theta$  representam respectivamente latitude e longitude, respectivamente, do ponto  $P$ . Usaremos  $r$  para indicar a altitude de  $P$ , e é dado por:  $r = \overline{OP} - R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - r$ , onde  $\overline{OP}$  é a elevação do ponto  $P$  e  $R$  é o raio da terra que mede aproximadamente  $6,378 \cdot 10^6 \text{ km}$ . Fazendo uso das relações trigonométricas no triângulo retângulo, podemos determinar as coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  em função das coordenadas geográficas  $\theta, \alpha$  e da sua elevação  $r = \overline{OP}$ . Assim,

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \cos \alpha \\ y = r \sin \theta \cos \alpha \\ z = r \operatorname{sen} \alpha \end{cases}$$

Figura 3 - Globo Terrestre no sistema de coordenadas OXYZ.



Fonte: Geogebra

### METODOLOGIA

Para realizar este trabalho, ocorreu uma pesquisa bibliográfica em textos, livros, monografias e artigos científicos, onde estes abordam o tema de forma direta ou indireta. Em nosso caso é de descrever a utilização do GPS no ensino escolar, podendo este ser trabalho em conjunto nas disciplinas: geografia, física e matemática. Neste trabalho buscou-se relacionar os



princípios matemáticos no que diz respeito ao funcionamento do sistema de GPS. Optamos por fazer uma pesquisa descritiva, pois é a que melhor se enquadra com nossos objetivos.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os principais tópicos do GPS que permitem a determinação da posição de um receptor em qualquer instante de tempo são as seguintes: a organização da órbita dos satélites, os sinais gerados pelos satélites, a identificação da localização de um satélite no espaço, a medida da distância de um receptor a um satélite, a determinação da posição de um receptor e a transformação de dados em localização geográfica por parte do receptor.

Nas tabelas abaixo uma simulação, estão indicadas as efemérides (posições em metros) dos quatro satélites tomadas em relação à posição real de um usuário do GPS e seus respectivos lapsos de tempo (em segundos) em relação ao aparelho.

**Tabela 1:** Efemérides dos satélites em relação ao sistema de coordenadas cartesianas

Satélite 1:	$(5,179910 \cdot 10^6, 1,6511551 \cdot 10^7, -8,9850361 \cdot 10^5)$
Satélite 2:	$(-1,7165089 \cdot 10^7, 3,6114488 \cdot 10^6, -8,9850361 \cdot 10^5)$
Satélite 3:	$(5,1799106 \cdot 10^6, -3,611448 \cdot 10^6, 2.1335496 \cdot 10^7)$
Satélite 4:	$(5,179910 \cdot 10^6, -2,6067448 \cdot 10^7, -8,9850361 \cdot 10^5)$

Fonte: Própria (2023)

**Tabela 2:** Lapsos de tempo em segundos

Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
0,067123103	0,074534897	0,074164641	0,074905153

Fonte: Própria (2023)

Com os resultados já apresentados, localizamos o ponto P com essas coordenadas cartesianas pertence simultaneamente às quatro superfícies esféricas imaginárias. Consultando google maps, identificamos a posição desse usuário do GPS como sendo o Hotel Kastel Manibu, Recife – PE.

**Figura 4 –** Imagem da localização do Hotel Kastel Manibu



Fonte: Google Maps

## CONCLUSÕES

Na busca de uma ferramenta presente na vida do aluno, na qual pode-se ser ensinada nas aulas de matemática, notou-se que GPS contém conteúdos que podem ser ensinados no meio acadêmico. Com isso podemos concluir que o GPS tem potencialidade de se tornar um recurso didático-pedagógico, substituindo as aulas tradicionais de matemática por uma nova, de caráter contextualizado, ressaltando não só assuntos de matemática, mas de outras de outras disciplinas, facilitando na interdisciplinaridade.

Considerando a metodologia utilizada na pesquisa, percebe-se que o trabalho realizado atingiu os objetivos propostos. Portanto conclui-se que a matemática explorada através do uso do GPS pode ser objeto de diversos estudos uma vez que foi mostrada a sua relevância em contextos pouco explorados em sala de aula. Logo, em pesquisas futuras os pesquisadores devem atentar-se em trabalhar com mais interdisciplinaridade, buscando-se demonstrar que estudos assim tem um potencial de gerar impactos em suas vidas. Além disso, é um meio de estimular o estudo dos conceitos de matemática, geografia, física, dentre outras disciplinas e gerar interesse nos estudantes.

## REFERÊNCIAS

ALVES, S. **A Geometria do Globo Terrestre** IME/USP, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília : MEC/SEF, 1997.

CÉSAR, P. G. N. **O gps como fator motivacional no processo de aprendizagem.** Campos dos Goytacazes-Rj: Universidade Estadual Do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - UENF, 2013. Engenharia geográfica. <[http://www.fc.up.pt/lic\\_eg/](http://www.fc.up.pt/lic_eg/)>. Acesso em: 14 out 2017.

FRIEDMANN, R.M.P. **Fundamentos de orientação, cartografia e navegação terrestre.** Paraná: Cefet, 2003.

GIL, A.C. **Como Elaborar Projetos De Pesquisa.** 4. Ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2002.

PEREIRA, E. H. U. **A matemática do GPS.** Teresina – PI. Universidade Federal do Piauí – UFPI 2014.

