

**UTILIZANDO TEODOLITO CASEIRO E O SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO
DE TRINOGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO**

**USO DE UN TEODOLITO CASERO Y EL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA
ENSEÑANZA DE TRIGONOMETRÍA EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO**

**USING A HOMEMADE THEODOLITE AND THE GEOGEBRA SOFTWARE IN
TEACHING TRIGONOMETRY IN THE RIGHT TRIANGLE**

Apresentação: Comunicação Oral

Fábio Pinheiro Luz¹; Dárik da Costa Oliveira²; Thaline da Silva Santos³; Paloma Fernandes Ribeiro de
Carvalho⁴; Thiago Sousa Moreira⁵

DOI: <https://doi.org/10.31692/2526-7701.XICOINTERPDVL.0303>

RESUMO

Este artigo apresenta uma experiência pedagógica realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Edificações no Instituto Federal do Piauí. O objetivo foi abordar o ensino de trigonometria no triângulo retângulo por meio da construção de teodolitos caseiros e do uso do software Geogebra, promovendo uma aprendizagem mais prática e interativa. A pesquisa, de natureza qualitativa e experimental, foi desenvolvida com 27 alunos, buscando avaliar como essas ferramentas influenciam a compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente. A metodologia envolveu uma sequência de seis encontros, nos quais os alunos construíram teodolitos utilizando materiais simples e realizaram medições de objetos na escola, como a altura de uma caixa d'água e a inclinação das rampas de acessibilidade. Essas medições foram comparadas com os cálculos feitos no Geogebra, oferecendo aos alunos a oportunidade de visualizar na prática as aplicações da trigonometria. A utilização do software facilitou o entendimento das relações matemáticas e a verificação dos resultados obtidos. Os resultados mostraram um engajamento significativo dos alunos, que demonstraram maior interesse e facilidade em compreender os conteúdos matemáticos após a realização das atividades práticas. A abordagem permitiu que os alunos interagissem ativamente com os conceitos, minimizando dificuldades tradicionais relacionadas ao ensino de trigonometria. A combinação de atividades manuais e digitais se mostrou eficaz, promovendo uma aprendizagem significativa e conectada à realidade dos estudantes. Conclui-se que essa metodologia pode ser replicada em outros contextos educacionais, especialmente em disciplinas que envolvam conceitos abstratos, como a matemática.

Palavras-Chave: Trigonometria, teodolito caseiro, Geogebra.

RESUMEN

Este artículo presenta una experiencia pedagógica realizada con estudiantes de 2º año de la Enseñanza Media Integrada al Técnico en Edificaciones en el Instituto Federal de Piauí. El objetivo fue abordar la enseñanza de la trigonometría en el triángulo rectángulo a través de la construcción de teodolitos caseros y del uso del software Geogebra, promoviendo un aprendizaje más práctico e interactivo. La

1 Mestre em Matemática, IFPI, fabioluz@ifpi.edu.br

2 Lic. Em Matemática, IFPI, darikoliveira007@gmail.com

3 Lic. Em Matemática, IFPI, thalinenovo@gmail.com

4 Lic. Em Matemática, IFPI, palomafernandesrc@gmail.com

5 Lic. Em Matemática, IFPI, thiagosm90@gmail.com

investigación, de naturaleza cualitativa y experimental, se llevó a cabo con 27 estudiantes, buscando evaluar cómo estas herramientas influyen en la comprensión de los conceptos de seno, coseno y tangente. La metodología incluyó una secuencia de seis encuentros, en los que los estudiantes construyeron teodolitos utilizando materiales simples y realizaron mediciones de objetos en la escuela, como la altura de un tanque de agua y la inclinación de rampas de accesibilidad. Estas mediciones fueron comparadas con los cálculos realizados en Geogebra, ofreciendo a los estudiantes la oportunidad de visualizar en la práctica las aplicaciones de la trigonometría. El uso del software facilitó la comprensión de las relaciones matemáticas y la verificación de los resultados obtenidos. Los resultados mostraron un compromiso significativo de los estudiantes, quienes demostraron mayor interés y facilidad para comprender los contenidos matemáticos después de realizar actividades prácticas. El enfoque permitió que los estudiantes interactuaran activamente con los conceptos, minimizando las dificultades tradicionales relacionadas con la enseñanza de la trigonometría. La combinación de actividades manuales y digitales resultó eficaz, promoviendo un aprendizaje significativo y conectado a la realidad de los estudiantes. Se concluye que esta metodología puede ser replicada en otros contextos educativos, especialmente en disciplinas que implican conceptos abstractos, como las matemáticas.

Palabras Clave: Trigonometría, teodolito casero, Geogebra.

ABSTRACT

This article presents a pedagogical experience conducted with students from the 2nd year of High School Integrated with the Technical Course in Building Construction at the Federal Institute of Piauí. The objective was to address the teaching of trigonometry in the right triangle through the construction of homemade theodolites and the use of GeoGebra software, promoting a more practical and interactive learning experience. The research, qualitative and experimental in nature, involved 27 students and aimed to evaluate how these tools influence the understanding of sine, cosine, and tangent concepts. The methodology included a sequence of six sessions in which the students built theodolites using simple materials and measured objects in the school, such as the height of a water tank and the inclination of accessibility ramps. These measurements were compared with the calculations performed in GeoGebra, offering students the opportunity to see trigonometry applications in practice. The use of the software facilitated the understanding of mathematical relationships and the verification of the results obtained. The results showed significant student engagement, with participants demonstrating greater interest and ease in understanding mathematical content after the practical activities. The approach allowed students to interact actively with the concepts, reducing traditional difficulties associated with teaching trigonometry. The combination of hands-on and digital activities proved effective, promoting meaningful learning connected to the students' reality. It is concluded that this methodology can be replicated in other educational contexts, especially in subjects involving abstract concepts, such as mathematics.

Keywords: Trigonometry, homemade theodolite, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

Estudos recentes vêm mostrando os desafios enfrentados por professores ao ensinar Matemática em seus diversos conteúdos. O mesmo ocorre com o ensino da Trigonometria, uma área importante da Matemática com aplicações na realidade dos estudantes. Ensinar Matemática exige que o professor supere desafios variados, especialmente em temas mais abstratos, como a trigonometria, em que os estudantes costumam ter dificuldades para entender conceitos e relacioná-los com a prática (Silva, 2018).

É inegável, portanto, a importância de envolver recursos tecnológicos no ensino, de forma a torná-lo mais atraente, pois de acordo com Borba e Penteadó (2007), oferece aos alunos a oportunidade de ampliar aptidões dos seus pensamentos, resolução de problemas e raciocínio

lógico.

Ao iniciar o ano letivo de 2024, o conteúdo a ser ministrado nos segundos anos dos Cursos Técnicos Integrados ao Médio do Instituto Federal do Piauí, baseado no Projeto Pedagógico do Curso de Edificações é Trigonometria no Triângulo Retângulo. Já nas primeiras aulas, foi nítido a dificuldade de entendimento de algumas propriedades e relações pela maioria dos alunos. Essa dificuldade se agravava ainda mais ao serem colocados em situações-problema nas quais precisavam interpretar o problema, formar triângulos e, então, aplicar as propriedades das relações métricas no triângulo retângulo e as noções de seno, cosseno e tangente. A aplicação de problemas contextualizados na trigonometria revela dificuldades na interpretação e uso das relações trigonométricas, especialmente em situações que exigem abstração e representação geométrica (Costa; Dias, 2020).

Mesmo ao apresentar algumas soluções de formas diferentes, as dúvidas ainda persistiam para muitos alunos. Ao propor problemas semelhantes, eles continuavam sem conseguir resolvê-los. Diante deste cenário, ao ler um artigo em que os autores realizavam algumas aplicações de Trigonometria, e uma delas, era justamente calcular a inclinação de algumas ruas da Cidade de Lajeado. Neste momento, pensamos em realizar algo semelhante aqui dentro da instituição, pois temos várias rampas para cadeirantes, rampas de acesso ao estacionamento do campus e além disto, tem uma caixa d'água bem alta na entrada no nosso Campus, e que os alunos sempre ficam especulando a sua altura.

Foi realizada uma sequência de atividades para esclarecer melhor as dúvidas dos alunos. Inicialmente, foi abordada a parte histórica e demonstração de algumas propriedades da trigonometria. Logo após, foi feita a resolução de questões sobre o tema. Foi apresentado aos alunos o software Geogebra, explicando seus comandos para que se familiarizassem com ele. Em uma outra aula, a turma foi dividida em grupos para a construção de uma espécie de “teodolito caseiro”, para depois realizar algumas medições na instituição. Borba e Penteadó (2007) afirmam que, ao incluir tecnologias da informação (TI) como parte das atividades em sala de aula, os alunos realizam descobertas que incentivam a compreensão e dão significado ao conhecimento matemático.

A intervenção pedagógica sobre o Estudo da Trigonometria no Triângulo Retângulo foi realizada em uma turma do 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico do curso de Edificações do Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, na cidade de Floriano Piauí, na disciplina de Matemática, no turno da manhã, com três aulas por semana. A turma contém 27 alunos, sendo 18 meninas e 9 meninos. Os alunos têm um ótimo relacionamento entre si e com o professor, além de possuírem uma boa estrutura na sala de aula e nos laboratórios.

Foi realizada uma abordagem histórica da Trigonometria, bem como a construção de Teodolitos Caseiros utilizando transferidor, um canudo, um cordão e uma borracha, além da utilização do software Geogebra para mostrar aos alunos o conteúdo sendo aplicado na prática, no próprio prédio da instituição. Foram calculados a altura de uma caixa d'água que fica logo na entrada do Prédio, bem como a inclinação das rampas de acesso ao estacionamento e também das rampas de acesso dos cadeirantes.

A seguir será realizada uma revisão teórica sobre o tema, destacando alguns autores que discutem sobre a Trigonometria e Tecnologia no Ensino.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Dificuldades no ensino de trigonometria

O ensino da matemática ainda é apresentado de maneira descontextualizada, na qual os alunos exercem o papel de observador e não de participante ativo no processo de ensino, ocasionado uma série de dificuldades para os alunos, que a consideram uma disciplina de difícil compreensão, repleta de formulas para memorização (Castejon; Rosa, 2017).

Sendo evidente a relevância da matemática na evolução humana, sua presença é essencial para o desenvolvimento das sociedades e por isso devem ser buscadas metodologias de ensino que incentivem o estudante a interessar-se em aprender e aplicar conceitos matemáticos, uma vez estes encontram-se presentes nas mais simples e corriqueiras ações do dia a dia.

Dentre os ramos da matemática, existe a trigonometria, que existe desde o início das civilizações humanas. O seu uso estava destinado a calcular medidas de ângulos, no cálculo de distancias e também no estudo de pontos situados nas mais diversas superfícies do planeta. A trigonometria foi uma criação dos povos gregos a partir da necessidade de responder perguntas relacionadas a Astronomia, Cartografia, Topografia e posteriormente passou a ser guia na Navegação, fornecendo informações de localização e horários (Carmo; Morgado; Wagner, 2005).

Atualmente, o estudo da trigonometria se inicia no 9º ano do ensino fundamental, com as primeiras concepções de trigonometria de maneira mais simplificada, a partir de temáticas relacionadas ao triangulo retângulo. No ensino médio, é dado continuidade com aspectos que estejam restringidos aos conceitos de triângulos. Posteriormente, estuda-se a circunferência trigonométrica, as identidades trigonométricas e funções trigonométricas (Ferreira, 2016).

O ensino da trigonometria é objeto de vários estudos recentes, pois é uma área muito ampla da matemática e que gera muitas dificuldades na assimilação dos seus conceitos iniciais. Estas dificuldades podem estar ligadas com a falta de aplicação prática dos conceitos trigonométricos, além de muitos outros fatores.

Pereira e Vaz (2022) destacam que as dificuldades que existem na aprendizagem da trigonometria podem surgir de fontes relacionadas ao próprio aluno e a experiência da sua cultura, dos recursos utilizados nas aulas e ainda pela dificuldade do conteúdo de trigonometria, além da forma com que o professor de Matemática atua.

É inegável que, muitas vezes, estas dificuldades podem ser desencadeadas pelo desgosto à disciplina. Desta forma, é interessante que o professor utilize ferramentas facilitadoras da aprendizagem, como afirma Santi, Santos e Webler (2009, p. 3):

Assim como as metodologias de ensino, o uso de material concreto em sala de aula é potencial, sendo que auxilia o educando no processo de aprendizagem e proporciona a este visualizar o que se está trabalhando, ele adquire um melhor entendimento da linguagem abstrata que está sendo explorada.

Neste contexto, surge a ideia da utilização do teodolito caseiro, uma maneira simples, interessante e barata de calcular altura a altura aproximada de determinados objetos.

Diante disto, este referencial teórico explora essas dificuldades e propõe abordagens práticas, como o uso de teodolito caseiro, além da utilização do software GeoGebra, para melhorar a compreensão e o engajamento dos alunos e está de acordo com a Base Nacional Curricular Comum, quando destaca o uso das tecnologias digitais

[...] é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes (Brasil, 2017, p. 63).

De acordo com Nascimento (2012, p. 113), o GeoGebra “é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário)”. Ele se destaca por ter aplicações em diversas áreas da matemática, como Geometria Álgebra e Cálculo e foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburgo, para a educação matemática nas escolas (Hohenwarter, 2007).

É evidente que a utilização de ferramentas diversificadas e ferramentas digitais são instrumentos de várias investigações e ainda tem uma grande resistência por parte da maioria dos professores, muitas vezes pelo desconhecimento ou também pela dificuldade de elaboração e aplicação de atividades diversificadas, o que fica evidente na afirmação a seguir:

Por um lado, sabe-se que muitas investigações já foram realizadas no âmbito da utilização das tecnologias digitais nas aulas, as quais conduziram a resultados importantes, mas por outro percebe-se que ainda há muitas dificuldades para esse uso. Muitos docentes utilizam as tecnologias digitais para organizar suas aulas ou mesmo para outras atividades do dia a dia, mas apresentam dificuldades para fazer um uso didático em sala de aula (Dullius; Neide; Quartieri, 2023)

Estas dificuldades são evidentes em muitos dos conteúdos de matemática. E não é diferente para o ensino de Trigonometria. A palavra trigonometria é “derivada dos termos gregos trigonom, que significa triângulo, e metria, que significa medida” (Pereira, 2012, p. 30-31).

Durante muitos anos, foi utilizada para calcular alturas de objetos e ângulos de triângulos retângulos. Ela surgiu como uma extensão da geometria, se desenvolvendo a partir das necessidades principalmente da navegação e astronomia.

Observando alguns livros de construção civil, física, dentre outros, é nítido as diversas aplicações que a trigonometria tem. Porém, em aulas de matemática, os alunos têm muitas dificuldades em assimilar este conteúdo. Normalmente, os livros trazem a explicação formal do conteúdo e em seguida os alunos resolvem questões que envolvem cálculos e representações geométricas, sem aplicações mais práticas do conteúdo. Dionizio e Brandt (2011) destacam que os alunos do Ensino Médio têm muita dificuldade em compreender conceitos trigonométricos básicos devido a esses objetos matemáticos aparecerem usualmente de forma abstrata.

Pensando nisto, foi planejada uma sequência de atividades para ensinar trigonometria no triângulo retângulo utilizando um teodolito caseiro (instrumento para medir ângulos), calculando a altura dos objetos mais altos do IFPI Campus Floriano (Caixa d'água e Quadra poliesportiva). Além disto, foi utilizado o software GeoGebra, para calcular a inclinação das rampas de acessibilidade do Campus, a partir das fotos e medições realizadas pelos alunos. Esperava-se que recursos diferenciados fossem importantes para a assimilação do conhecimento, o que vai de encontro com Pereira e Vaz (2022), quando afirmam que “tais recursos, quando utilizados adequadamente, podem provocar mudanças na postura do professor e dos alunos no sentido de auxiliar na compreensão do que está sendo estudado”.

O objetivo da atividade foi despertar o interesse e a participação dos alunos, para que criem estratégias para o cálculo da altura da caixa d'água e da quadra poliesportiva e no cálculo da inclinação das rampas, gerando dúvidas, possíveis erros e fazendo ajustes até encontrar a resposta final. Este processo de dúvidas e erros são importantes para a aprendizagem dos alunos pois, como afirma Moreira (2011, p. 239), “não há nada errado em errar. Errado é pensar que a certeza existe, que a verdade é absoluta, que o conhecimento é permanente”.

2.2 Investigação na matemática

A investigação matemática é um campo vasto e diversificado que envolve a exploração de novos conceitos e a formulação de conjecturas. Este processo não se limita apenas a descobertas inovadoras, mas também inclui a reavaliação de teoremas conhecidos sob novas perspectivas.

A investigação matemática exige uma combinação de criatividade e lógica, onde a intuição muitas vezes guia a formulação de hipóteses que posteriormente precisam ser confirmadas ou refutadas através de raciocínios sólidos. Lorenzon (2019, p. 2) relata que “a investigação é entendida como uma prática que, por permitir a formulação de hipóteses, a

exploração, a manipulação de materiais e a interação com os pares e com o meio favorece a aprendizagem das crianças”

O avanço da tecnologia tem transformado significativamente a maneira como a investigação matemática é conduzida. Ferramentas computacionais poderosas permitem aos matemáticos explorar hipóteses complexas e realizar cálculos que seriam impraticáveis manualmente. Além disso, a colaboração global facilitada pela internet permite que pesquisadores de diferentes partes do mundo compartilhem ideias, trabalhem em projetos conjuntos e acessem vastas bases de dados, acelerando o ritmo das descobertas matemáticas.

Assim, é evidente que incentivar a curiosidade e a capacidade crítica dos estudantes, permite que eles estejam preparados para enfrentar os desafios futuros e continuar a expandir as fronteiras do conhecimento matemático, de forma que os mesmos criem a habilidade para (...)agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor, como afirmam Ponte, Brocado e Oliveira (2019, p. 23)

Em síntese, o uso de atividades práticas, como a construção de teodolitos caseiros e a exploração do GeoGebra, se utilizando da investigação matemática, oferece uma abordagem integrada e contextualizada para o ensino de trigonometria no triângulo retângulo. Espera-se que tais práticas não apenas superam as dificuldades inerentes, mas também proporcionem uma base sólida para a compreensão e aplicação prática destes conceitos trigonométricos fundamentais.

METODOLOGIA

A pesquisa realizada tem natureza qualitativa, pois busca compreender as dificuldades e os impactos do ensino de trigonometria utilizando ferramentas concretas e digitais. O tipo de pesquisa é experimental, com foco em intervenções práticas no ensino. O campo de pesquisa foi o Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, na disciplina de Matemática para uma turma do 2º ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Edificações.

Os sujeitos da pesquisa foram 27 alunos, sendo 18 meninas e 9 meninos. Os instrumentos utilizados incluíram um teodolito caseiro, construído pelos próprios alunos, e o software Geogebra para a aplicação prática dos conceitos de trigonometria. O procedimento envolveu uma sequência de atividades: introdução teórica, construção do teodolito, uso do Geogebra para medição e cálculo, e avaliação final das aprendizagens.

No quadro 1 estão descritas as atividades realizadas ao longo dos encontros e, logo após, nos resultados e discussão, a descrição detalhada de cada encontro.

Quadro 1: Atividades da Intervenção Pedagógica

Encontro	Duração (horas)	Atividades
1	2	Apresentação das propriedades de trigonometria e histórico do teodolito.
2	1	Construção do teodolito caseiro
3	2	Apresentação do GeoGebra e construção de triângulos
4	2	Encontro de triângulos retângulos na instituição
5	2	Realização de medições da altura da caixa d'água e da quadra poliesportiva
6	2	Socialização e questionário avaliativo

Fonte: Própria (2024).

As atividades pedagógicas iniciaram com uma revisão sobre triângulos retângulos e as propriedades trigonométricas, onde os alunos foram introduzidos aos conceitos de seno, cosseno e tangente. Divididos em grupos, resolveram exercícios e discutiram suas respostas. Em seguida, os alunos construíram teodolitos caseiros utilizando materiais simples e realizaram medições práticas na escola.

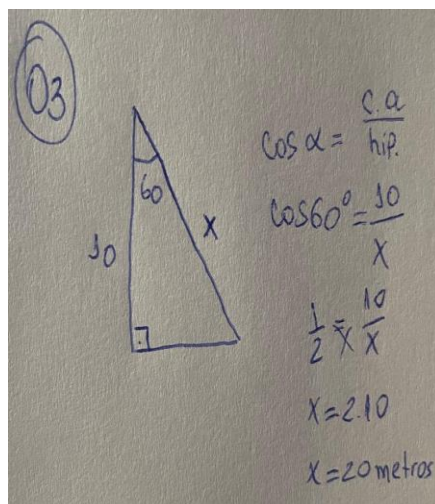
No laboratório de informática, foram apresentados ao software GeoGebra, onde aprenderam a utilizá-lo para calcular ângulos e alturas, aplicando o que foi ensinado sobre trigonometria. Nos encontros seguintes, os alunos identificaram triângulos retângulos em estruturas da escola, como rampas e telhados, e calcularam suas inclinações, tanto manualmente quanto utilizando o GeoGebra. As medições também foram feitas em objetos maiores, como a caixa d'água e a quadra poliesportiva. Ao final, os grupos socializaram seus resultados, comparando-os com os valores reais e discutindo a precisão das suas medições. Para concluir, os alunos preencheram um questionário avaliativo, refletindo sobre o aprendizado e a experiência prática proporcionada pela intervenção.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

No primeiro encontro, foi realizada uma revisão sobre triângulo retângulo, apresentando a definição, identificando seus catetos e hipotenusa e, logo após, apresentou-se a definição das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Neste momento, foi introduzido o conceito de seno, cosseno e tangente. A turma foi dividida em 05 grupos, para responder uma lista contendo 07 questões. Os alunos resolveram as questões propostas em grupo. Cada grupo discutiu suas respostas internamente antes de compartilhar com a turma. Para facilitar a análise, os grupos serão nomeados de grupos A, B, C, D e E.

Posteriormente, realizamos uma discussão geral sobre as respostas encontradas, permitindo que os alunos comparassem métodos e verificassem a correção dos cálculos. Nas questões que tinham as figuras, todos os grupos responderam de forma correta, como por exemplo, a resolução a seguir do grupo E:

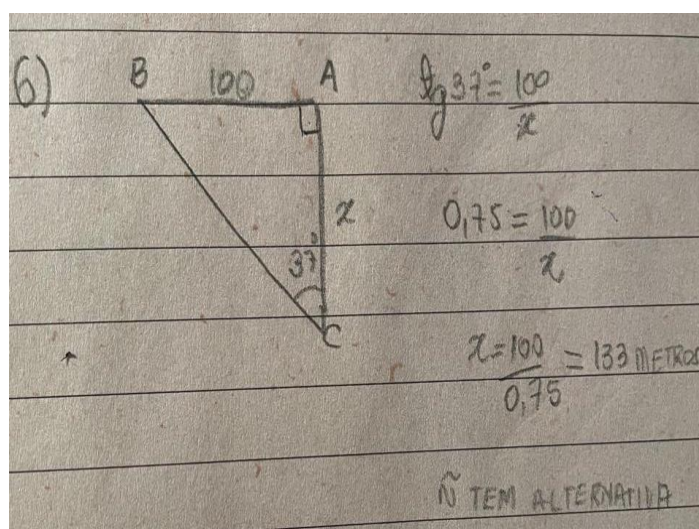
Figura 01: Resolução da terceira questão



Fonte: Dados da pesquisa, grupo E (2024).

Já nas questões aplicadas, foi perceptível a dificuldade de três grupos (A, C e E) em fazer a interpretação e utilizar a relação correta (questões 2, 4 e 6). Na hora de desenhar o triângulo que descrevia o problema, hora colocavam as medidas nos locais errados, ou colocavam os ângulos nas posições erradas, o que fica evidente na construção a seguir, do grupo A, quando colocou o ângulo de 37° no vértice C, e não no vértice B como sugeria a questão:

Figura 02: Resolução da sexta questão



Fonte: Dados da pesquisa, grupo A (2024).

Na última questão, eles foram questionados como poderiam calcular a altura da sala de aula, sem conseguir medi-la com uma trena. O grupo A respondeu: “já vimos calcular

comparando nossa sombra e nossa altura com a sombra de um objeto, mas aqui na sala não é possível, pois não temos sol”; Já o grupo C respondeu: “basta pegar o teodolito que utilizamos na disciplina de topografia e medir”. Após as discussões, comentei oralmente a história do teodolito e suas aplicações.

No segundo encontro, construiu-se do teodolito caseiro, conforme figura:

Figura 03: Teodolito caseiro



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Neste momento, foi pedido que cada grupo utilizasse um de seus componentes para calcular a altura da sala de aula, medindo o ângulo e a distância até a parede. Inicialmente, eles ficaram um pouco perdidos na medição e como utilizar os conceitos utilizados na primeira aula, sendo necessário fazer uma breve retomada dos conceitos de seno, cosseno e tangente. Ao calcular a altura da sala, encontraram como resposta mais de 5 metros, o que perceptivelmente estaria bem distante da altura da sala de aula.

Dois pontos foram observados pelos grupo: o primeiro deles, é que o ângulo que eles mediam no teodolito não deveria ser colocado como a medida do vértice que ficava na altura dos seus olhos, mas sim no vértice que indicava a parte de cima da altura da sala, e o segundo deles foi que, como o barbante era muito grosso, eles colocaram fita no meio para fixá-lo, o que gerava uma angulação errada na execução. Assim, desmontaram o teodolito, e construíram com linha e cordão que os outros grupos haviam trazido. Depois disso, todos os grupos encontraram alturas com medidas bem semelhantes (aproximadamente 3 metros).

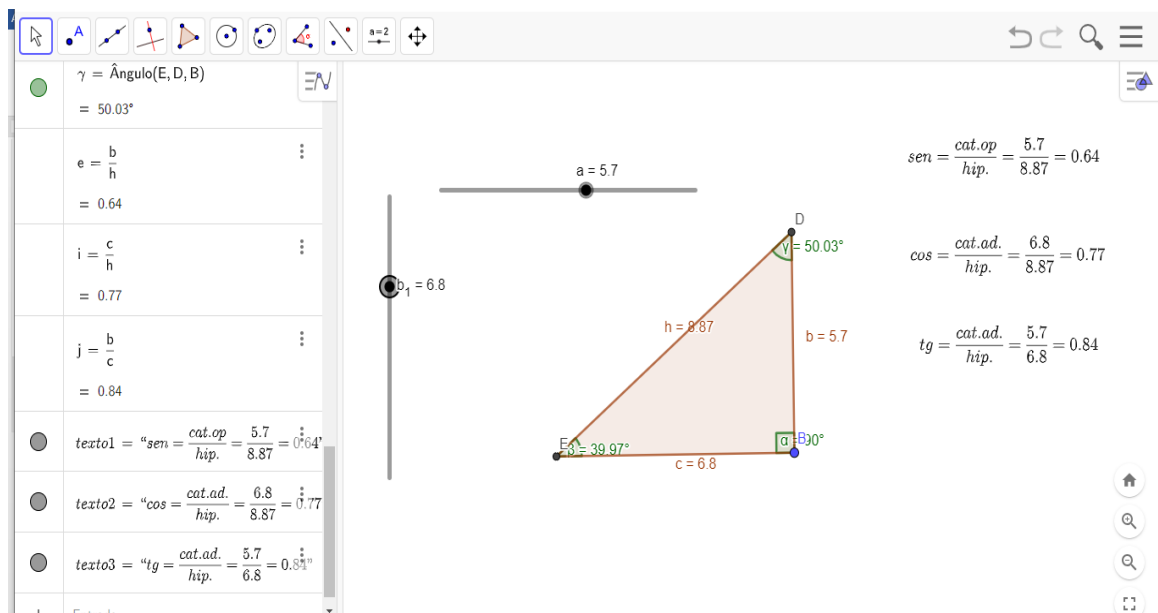
No terceiro encontro, no laboratório de informática, apresentei o Geogebra e as suas funcionalidades. A tela do notebook foi projetada, construindo o passo a passo, e os alunos fizeram a construção em duplas.

Aqui, cabe ressaltar que foi a parte mais difícil da execução da sequência didática, pois

algumas duplas tiveram bastante dificuldade na construção, já que era o primeiro contato com o software. Diante disto, fui fazendo as intervenções e suporte para as duplas com tais dificuldades. Destaco também que algumas duplas conseguiram construir os controles e o triângulo de forma muito tranquila, e também auxiliaram as outras duplas, o que facilitou bastante a realização da atividade, para que todas elas conseguissem chegar na construção esperada.

A seguir, segue a construção realizada por uma dupla:

Figura 04: Construção de triângulos no geogebra



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Após auxiliar as duplas e depois de todas conseguirem executar a construção, eles responderam alguns questionamentos. Nas perguntas 1 e 2, os alunos foram questionados o que aconteceria se movimentássemos com os dois controles deslizantes. A resposta mais comum foi: “o ângulo B sempre fica 90°”. Somente uma dupla percebeu que a soma dos ângulos D e E é sempre 90°. Nos itens 3 e 4, as respostas mais comuns foram: “Se fixar a, a medida que aumenta o valor de b1, o ângulo E diminui, o ângulo D aumenta, B permanece 90, o seno e a tangente vão diminuindo e o cosseno aumentando”. A resposta de outra dupla foi: “estão variando”, sem dizer porém a relação entre eles.

Das outras perguntas, a que mais chamou atenção foi a 6, onde foram questionados se com esta construção era possível calcular a altura de qualquer objeto. Duas respostas chamaram a atenção: “não é possível, pois se o objeto tiver mais de 10 metros, não cabe na construção”; “é possível sim, basta diminuir a imagem e fazer a proporção com a figura original”.

No quarto encontro, os alunos saíram pelo Campus a procura de objetos que tivessem o formato de triângulos retângulos, e que conseguissem medir o comprimento e a altura. A figura

4 mostra alguns dos objetos encontrados.

Figura 05: Objetos com formatos de triângulos retângulos.



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

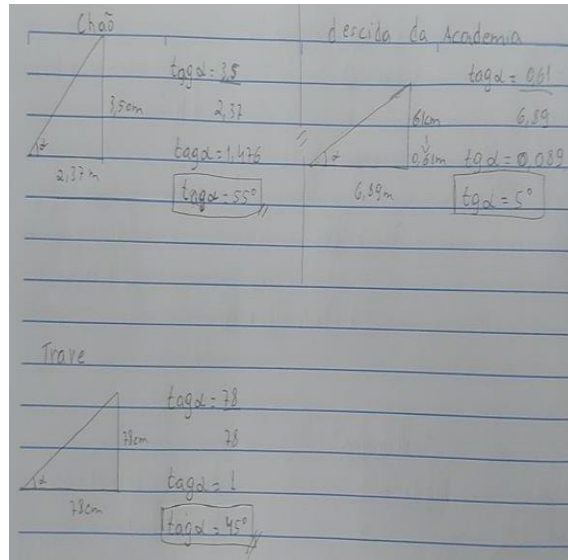
Algumas falas dos alunos chamaram a atenção: *“eita professor, nunca observei que aqui tinha tanto objeto triangular”*; *“Passo por aqui todo dia e nunca vi esses triângulos”*. Diante dos relatos, foi uma atividade que eles gostaram bastante. Por fim eles teriam que calcular a inclinação dos objetos encontrados.

Neste momento, foi perguntado aos grupos como era possível encontrar a medida deste ângulo algebricamente, com o comprimento e altura que coletaram? Cada grupo teve três minutos para a apresentar suas soluções. Foi interessante, que todos eles disseram que era só calcular o valor da tangente, porém nenhum grupo soube dizer como encontrar o valor do ângulo.

Neste momento, foi pedido aos grupos que respondessem intuitivamente, qual o ângulo de inclinação das rampas aqui da nossa instituição. Algumas valores foram bastante curiosos. Um aluno prontamente respondeu: *“acho que uns 60°! Não, espera professor! Com essa inclinação eles não conseguiriam subir a rampa. Acho que só uns 30° graus!”*. A maioria respondeu entre 20° e 30°.

Neste momento, foi apresentado a calculadora científica, e os respectivos comandos para chegar a o valor do ângulo desejado. Logo após, calcularam os valores dos ângulos das rampas que eles tiraram fotos, encontrando angulações de 5° a 6°, o que gerou bastante espanto nos alunos, pois não imaginavam que seria um valor baixo. Segue a resolução do grupo D:

Figura 06: Calculando a angulação dos objetos



Fonte: Dados da pesquisa, grupo D (2024).

No quinto encontro, os alunos calcularam a altura da Caixa d'água e da quadra de esportes do IFPI Campus Floriano, pois são os dois elementos mais altos da instituição, conforme figura a seguir:

Figura 07: Cálculo da altura da quadra poliesportiva e caixa d'água



Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Todos os alunos participaram da atividade. Havia sido sugerido para cada grupo realizar medições de pelo menos três posições diferentes, para gerar distâncias e angulações diferentes,

tanto na caixa d'água, quanto na quadra poliesportiva. Porém, todos os alunos queriam tirar suas medidas e calcular as angulações. Foi um aspecto que chamou bastante atenção durante a execução.

Foi muito bom perceber o entusiasmo e a participação de todos os grupos, além de perceberem a utilidade do Teodolito das relações trigonométricas. Logo, pode-se perceber que abordagens deste tipo, podem minimizar uma série de dificuldades de entendimento e assimilação do conteúdo, pois a teoria está relacionada com a realidade do aluno (Weber et al., 2018).

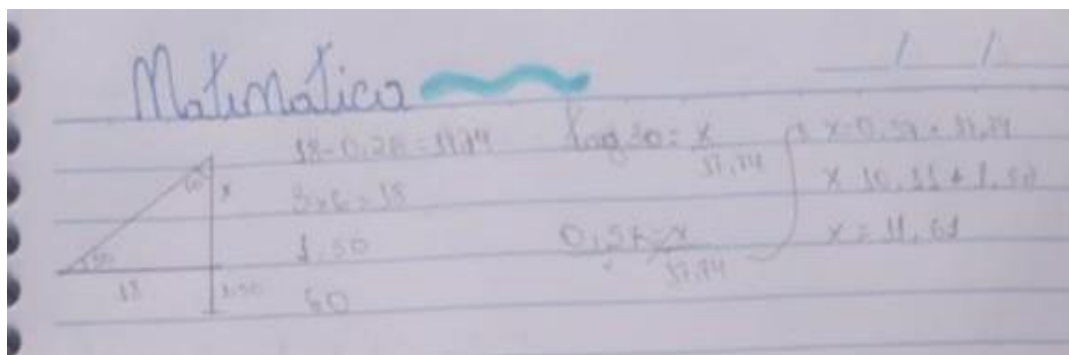
Após coletarem as medidas, eles retornaram ao laboratório de informática para calcular a altura dos objetos, de forma algébrica, e também pelo geogebra, utilizando a lógica da construção do terceiro encontro.

Eles seguiram um roteiro de perguntas previamente disponibilizado para a turma. Ao finalizar os cálculos, criaram uma apresentação que foi apresentada no último encontro.

Neste último encontro, cada grupo teve 10 minutos de apresentação, mostrando os resultados encontrados no cálculo da altura da caixa d'água e da quadra poliesportiva, bem como a inclinação das rampas.

Cada grupo apresentou como fez os cálculos, e quais os resultados obtidos em cada uma das atividades. Algumas respostas chamaram atenção, como por exemplo, o grupo B, realizar a primeira medição, encontrou 11,61 metros para a altura da caixa, o que o próprio grupo achou estranho, pois com certeza a caixa era bem mais alta. O grupo percebeu que haviam medido o ângulo de inclinação errado no teodolito.

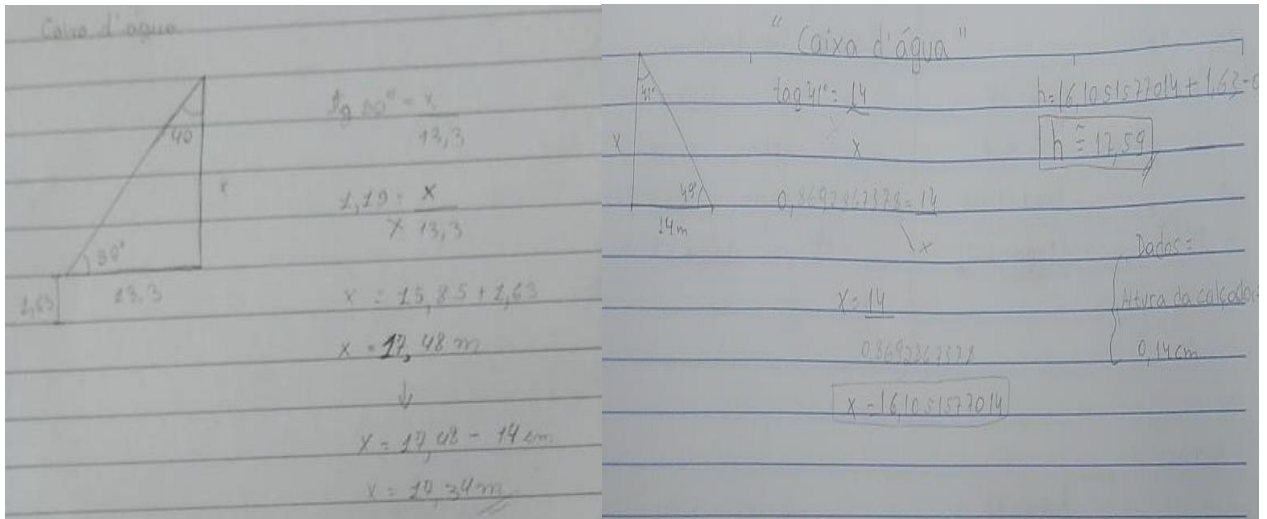
Figura 08: Resolução do grupo B para altura da caixa



Fonte: Dados da pesquisa, grupo B (2024).

Como cada grupo deveria medir de três distâncias diferentes, ao final da atividade, apresentaram o valor que acreditariam ser o valor da caixa. Os valores encontrados foram: 17,34m; 17,59m; 17,68m; 17,96m e 18,02m. Segue a resolução de dois grupos:

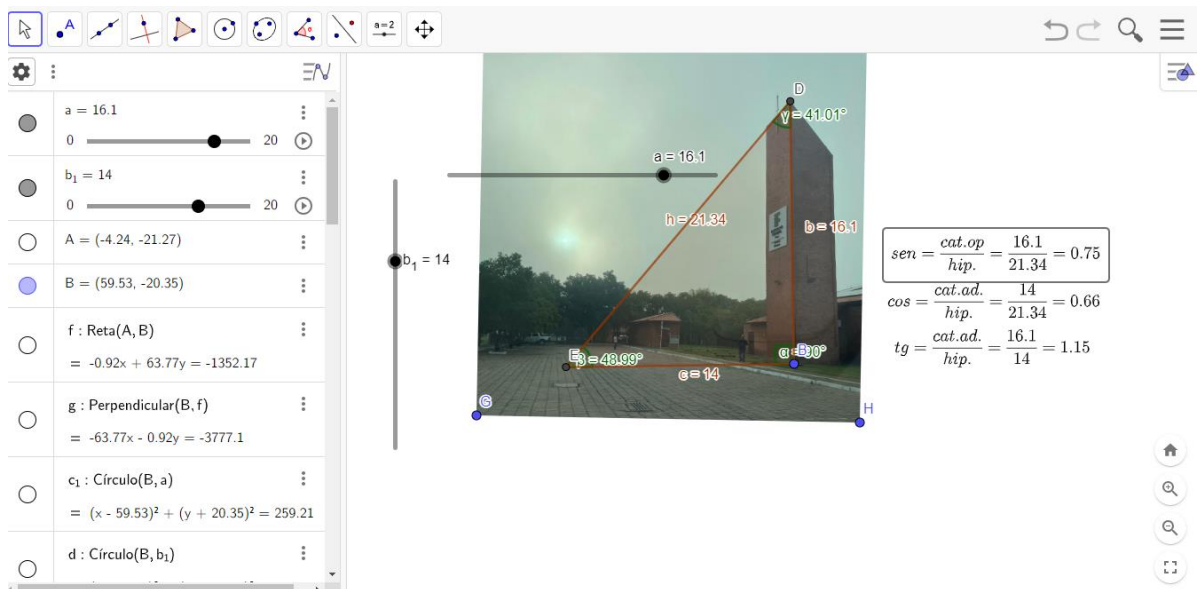
Figura 09: Resolução dos grupos A e C para altura da caixa



Fonte: Dados da pesquisa, grupos A e C (2024).

Eles também fizeram o cálculo das duas alturas utilizando o Geogebra. A seguir, segue a resolução feita pelo grupo C:

Figura 10: Cálculo da altura da caixa, feita pelo grupo C



Fonte: Dados da pesquisa, grupo C (2024).

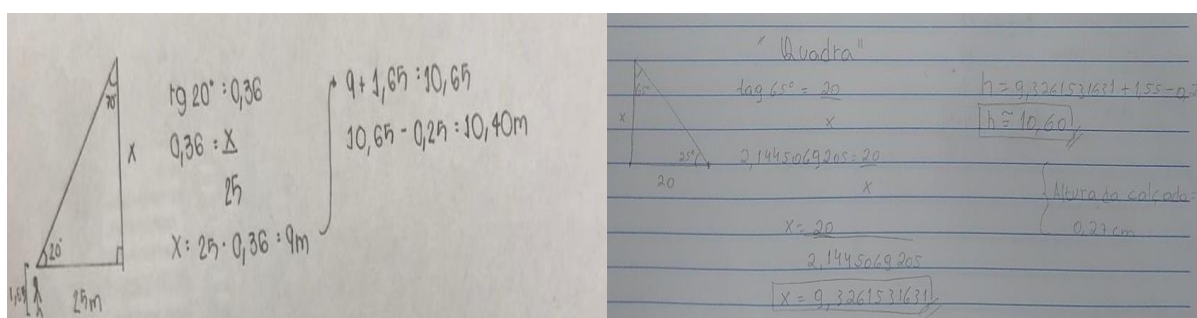
Este grupo relatou que, de início, não estava conseguindo calcular a altura, pois o valor estava limitado à altura 10. Assim, mudaram as configurações dos dois controles deslizantes, colocando a e b₁ iguais a 20. Ao colocar a figura em cima do triângulo retângulo que tinha os mesmos ângulos obtidos nas medições, e também distância 14m do prédio, encontraram altura 16,1m no Geogebra, que coincidiu exatamente com a mesma medida encontrada algebricamente. Após isso, acrescentaram a altura do aluno que realizou a medição da angulação (1,64m) e retiraram os 14 cm da calçada, encontrando exatamente 17,59 m com

altura da caixa.

Foi possível perceber que os alunos conseguiram interpretar o cálculo da altura da caixa corretamente, tanto na representação geométrica quanto na resolução algébrica, relacionando o conteúdo estudado na sala de aula com a aplicação prática da altura da caixa, o que tornou a intervenção significativa, corroborando com as ideias de Pacheco, Barbosa e Fernandes (2017, p.337), ao afirmarem que “se a teoria e a prática forem realizadas de formas separadas ou isoladas não produzirão resultados significativos, partindo do pressuposto de que uma não é superior à outra”.

Para a quadra, fizeram o mesmo procedimento e também encontraram valores bem semelhantes, encontrando como resultados: 10,16m; 10,22m, 10,36m; 10,40m e 10,60m

Figura 11: Resolução dos grupos D e E para altura da quadra



Fonte: Dados da pesquisa, grupos D e E (2024).

Todos os grupos relataram que, de início, esqueceram de retirar a altura da calçada, visto que a caixa e a quadra ficam em cima de duas calçadas, com a da caixa medindo 0,14m e a da quadra medindo 0,28m.

Após as apresentações, pode-se perceber que os valores das alturas encontradas foram muito satisfatórias, pois no projeto estrutural do campus, a caixa d’água mede 18,10 metros e a quadra poliesportiva mede 10,56 metros e todos os grupos encontraram valores muito próximos, com uma margem de erro bem pequena, considerando ter sido feita com um instrumento caseiro. Na hora a apresentação dos valores, os grupos ficaram competindo para ver quem tinha encontrado os valores mais próximos da medida exata.

Em seguida, foi aplicado aos alunos um questionário avaliativo sobre a intervenção, com três questões. Na primeira pergunta, eles foram questionados sobre quais os desafios encontrados na utilização do teodolito caseiro. Um aluno respondeu: “nosso grupo teve dificuldade em fixar o canudo passando exatamente no 0 e no 180”; outro aluno comentou: “o cordão não estava ficando em cima dos 90°, foi uma luta para conseguir”. Alguns comentaram sobre a dificuldade de medir o ângulo correto: “de início, foi difícil fixar o cordão no lugar certo para medir o ângulo, pois a mão ficava balançando. Mas depois pegamos o jeito e ficou fácil”.

Já na segunda questão, os alunos comentaram sobre a utilização do Geogebra durante a aplicação da atividade. Dos 23 alunos que estavam presentes no dia da aula, todos apontaram somente pontos positivos, destacando a seguir a fala de alguns alunos: *“Gostei bastante, além de ser uma atividade interativa ela faz com que os alunos se interessem, por ser um novo jeito de aprender! Achei interessante e também é mais fácil de adquirir conhecimento pondo em prática.”*; *“Eu achei muito importante, acrescentando que ajudou bastante na maneira de interpretar e entender as questões, assim sabendo realizá-las.”*; *“Achei bastante útil e muito interessante”*;

As falas acima corroboram com as ideias de Westphal e Pinheiro (2004) quando afirmam que *“todo mundo deveria ter a oportunidade de sentir na própria carne a excitação da investigação, por mais modesta que seja, em todos os níveis de ensino”*, ficando claro que deseja que a ciência seja estudada e entendida de modo mais chamativo, atraente, e neste sentido, a tecnologia pode ter este papel fundamental, tornando o conhecimento científico mais popular, o que ficou bastante evidente na fala dos alunos.

Na visão de Westphal e Pinheiro (2004, p. 594), ele ainda defende que os estudantes de todos os níveis de educação deveriam ter acesso à ciência, à matemática e a técnica e os estudantes do ensino médio

Diante das falas, pode-se perceber que a intervenção foi muito bem recebida pelos alunos, que participaram ativamente de todas as atividades propostas e que a interação que o software Geogebra fornece facilita o entendimento por parte dos alunos, e, como cita um aluno, é *“uma atividade dinâmica e fora do habitual foi divertida e muito legal”*.

Já na última questão, os alunos avaliaram a sequência de atividades realizadas ao longo de todas estas aulas da sequência. Novamente, só existiram comentários positivos, destacando algumas falas a seguir: *“Divertida, interessante e acrescenta conhecimento”*; *“É interessante para aprender na prática oq é ensinado na teoria”*; *“Bem interessante, uma vez que demonstra como a matemática está presente em nossa vida e mostra como essa pode ser utilizada de maneira prática e interativa”*. Houveram várias falas nesse sentido, onde a maioria da turma afirmou que a atividade foi muito divertida, interessante, *“muito útil e de grande aprendizado”*, *“foi muito boa, interessante nunca um professor tinha feito uma aula na prática em matemática, foi muito muito bom mesmo.”*

A parte mais difícil da intervenção foi a utilização do geogebra, pois a maioria deles estava tendo o primeiro contato com o software. Outro aspecto, foi perceber que o teodolito não foi muito funcional com barbantes, gerando resultados bem distantes da realidade. Por isso, os teodolitos foram refeitos utilizando linha e cordão, o que deixou os resultados bem satisfatórios.

Apesar das dificuldades, a intervenção foi muito gratificante, pois foi possível perceber o entusiasmo de todos os alunos nas aulas práticas, a competitividade de querer chegar na medida mais próxima do ideal, visando a excelência dos seus teodolitos, além dos vários relatos positivos que foram destacados nas falas acima citadas.

CONCLUSÕES

A pesquisa atingiu seus objetivos, demonstrando que a combinação do uso do teodolito caseiro e do software GeoGebra contribuiu significativamente para a compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente pelos alunos. A intervenção pedagógica possibilitou que os estudantes aplicassem esses conceitos em situações práticas, promovendo uma aprendizagem mais significativa e engajada.

Assim, os resultados confirmam a hipótese inicial, de que a integração de recursos tecnológicos e atividades práticas pode melhorar a assimilação dos conteúdos de trigonometria, fortalecendo tanto a compreensão teórica quanto a capacidade de resolução de problemas práticos dos alunos.

A execução desta sequência didática mostrou-se, portanto, eficaz para a compreensão dos alunos desta turma sobre os conceitos de seno cosseno e tangente. Sugere-se assim, a realização de atividades similares para reforçar e expandir o entendimento dos conceitos matemáticos em contextos práticos.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5ª ed. 2007.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 10 mar. 2024.

CASTEJON, M.; ROSA, R. O. **Olhares sobre o ensino de matemática: Educação básica**. Uberaba, MG: IFTM, 2017

CARMO, M. P. d.; MORGADO, A. C.; WAGNER, E. **Trigonometria/números complexos: coleção do professor de Matemática**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005. 165 p

COSTA, L. F., DIAS, R. S. (2020). Desafios da aplicação de problemas contextualizados no ensino da trigonometria. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 24(3), 101-119.

DIONÍZIO, F.Q.; BRANDT, C. F. Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em trigonometria. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (EDUCERE), X., 2011, Curitiba. Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação. **Anais**. Curitiba: PUCPR, 2011,14p. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/CD2011/pdf/4728_2885.pdf>. Acesso em: 12 mar. 2024.

DULLIUS, M. M.; NEIDE, I. G.; QUARTIERI, M. T. **Teoria do uso didático das tecnologias digitais - TUDITEC**. In: DULLIUS, M. M.; NEIDE, I. G. (Orgs.). *Tecnologias digitais no ensino de ciências e matemática*. São Paulo. Livraria da Física, 2023. p. 9-34.

FERREIRA, A. L. S. Trigonometria e funções trigonométricas, uma abordagem didático metodológica. **Trabalho de Conclusão de Curso** (Mestrado em matemática) apresentado a Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2016.

HOHENWARTER, M. GeoGebra. **Informações**. 2007. disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/85144/mod_resource/content/1/Introducao_ao_Geogebra.pdf>. Acesso em: 02 mar. 2024.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem**. 2ªed. São Paulo, 2011. Ed. EPU.

NASCIMENTO, E. G. A. A Avaliação do uso do Software Geogebra no Ensino de Geometria. **Atas da Conferencia Latino Americana de Geogebra de Uruguai**. ISSN 2301-0185, p. 125-132, 2012.

PACHECO, W. R. S.; BARBOSA, J. P. S.; FERNANDES, D. G.. A Relação Teoria e Prática no Processo de Formação Docente. **Revista de Pesquisa Interdisciplinar**, Cajazeiras, n. 2, suplementar, p. 332-340, set. de 2017.

PEREIRA, A; MUNHOZ, A; QUARTIERI, M. Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.11, n. 1, p. 131-147, 2016.

PEREIRA, A. E. F; VAZ, H. V. C. O GeoGebra no Estudo de Funções Trigonométricas a partir da Análise Gráfica. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 11, n. 2, p. 119–137, 2022. DOI: 10.23925/2237-9657.2022.v11i2p119-137. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/59577>. Acesso em: 15 fev. 2024.

PONTE, J. P. ; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4 ed. BeloHorizonte: Autêntica, 2019.

SANTI, C. B.; SANTOS, R. M. dos; WEBLER, Geovane. **Material Concreto na Compreensão dos Conceitos Matemáticos**. In: COMPARTILHANDO SABERES, 1.2017, Santa Maria. Anais [...]. Santa Maria: UFSM, 2017. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/compartilhadosaber/wp-content/uploads/2018/12/Cassia-Bordim-Santi-MATERIAL-CONCRETO.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2024.

SANTOS, L. A. de M. Utilização de material concreto no ensino de matemática: uma experiência com o teodolito caseiro no ensino de Trigonometria. **Dissertação** apresentada ao Mestrado Profissional de Matemática em rede nacional - PROFMAT, da Universidade Federal de Rondônia. Porto Velho, 2015. 88p.

SILVA, M. R. (2018). Dificuldades no ensino e aprendizagem da Matemática: Percepção de professores e estratégias didáticas. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, 22(2), 187-203.

WEBER, E.; ABITANTE, L. G.; FUCHS, M. J.; MAROSTEGA, J. S. Implementação do

LUZ, F. P., et al.

Laboratório de Ensino de Matemática em Escolas de Educação Básica: repensando o processo de ensino e aprendizagem. In: **Revista Insignare Scientia -RIS**, v. 1, n. 2, 24 ago. 2018. Disponível em: <<https://periodicos.uuffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/7797/5647>>. Acesso em: 20 jun. 2024.

WESTPHAL, M.; PINHEIRO, T. C. **A epistemologia de Mario Bunge e sua contribuição para o Ensino de Ciências**. Ciência & Educação (Bauru), v. 10, p. 585-596, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132004000300019>

